

DNI	Apellidos	Nombre	Grupo
-----	-----------	--------	-------

Para cada cuestión, traslade el número de la respuesta que considera correcta a la casilla de la siguiente tabla.

No se equivoque con el número de la cuestión.

Rellene sus datos de identificación con letra muy clara.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	3	3	3	4	3	4	2	2	4	3	4	3	3	4	1	3	2	4	2

Modelo I

1.- Sea X una variable aleatoria con densidad de probabilidad $f_X(x)$ definida en todo $x \in \mathbb{R}$. Entonces:

- 1) $f_X(x) = P[X = x]$
- 2) $P[X = x] = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$
- 3) $F_X(x)$ sólo se puede conocer salvo una constante aditiva
- 4) $f_X(x)$ no puede ser mayor que 1

2.- Sea (X, Y) un vector aleatorio con $Var(X) = Var(Y) = 1$. Entonces $Var(aX + bY)$ es igual a:

- 1) $aVar(X) + bVar(Y) + 2abCov(X, Y)$
- 2) $(a^2b^2)Var(X)$
- 3) $a^2 + b^2 + 2abCov(X, Y)$
- 4) $(a^2 + b^2)Cov(X, Y)$

3.- Sea una variable aleatoria $X \in P(\lambda)$ (modelo Poisson). Entonces:

- 1) $E(X) = \lambda$ y $Var(X) = \lambda^2$
- 2) $E(X) = Var(X) = \lambda^2$
- 3) $E(X) = Var(X) = \lambda$
- 4) $P[X = 0] \in Exp(\lambda)$ (modelo exponencial)

4.- Sea $X \in N(\mu, \sigma^2)$ entonces:

- 1) $X = \mu + \sigma^2 Z$, con $Z \in N(0, 1)$
- 2) $Z = \mu + \sigma^2 X$, con $Z \in N(0, 1)$
- 3) $X = \mu + \sigma Z$, con $Z \in N(0, 1)$
- 4) $Z = \mu + \sigma X$, con $Z \in N(0, 1)$

5.- Sean $X, Y \in Be(p)$ dos variables aleatorias independientes, ambas distribuidas según un modelo de Bernoulli de parámetro p , entonces...

- 1) $X + Y \in Be(2p)$
- 2) $X \cdot Y \in Be(p)$
- 3) $X + Y \in B(2, 2p)$ (modelo binomial)
- 4) $X \cdot Y \in Be(p^2)$

6.- Sea $X \in N(\mu, \sigma^2)$ entonces

- 1) $P[X \leq \mu + \sigma] = P[X \leq \mu - \sigma]$
- 2) $P[X \geq \mu + \sigma] = P[X \leq \mu + \sigma]$
- 3) $P[X \geq \mu - \sigma] = P[X \leq \mu + \sigma]$
- 4) $P[X \geq \mu + \sigma] = P[X \geq \mu - \sigma]$

7.- Sea X una variable aleatoria absolutamente continua, con función de densidad de probabilidad $f(x)$ definida en toda la recta real $\mathbb{R}$. Entonces

- 1) $\int_a^b x \cdot f(x) dx = P[a < X < b]$
- 2) $\int_a^b f(x) dx$ puede ser negativo si $a < b$
- 3) $\int_a^\infty f(x) dx = F(a)$
- 4) $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

8.- Sea (X, Y) un vector aleatorio con momentos de segundo orden finitos. Si $E[X] = 0$ y $E[X \cdot Y] = 1$, entonces:

- 1) $E[Y] = 0$
- 2) $Cov(X, Y) = 1$
- 3) $E[Y] = 1$
- 4) $Cov(X, Y) = 0$

9.- Sean X, Y las componentes de un vector aleatorio con matriz de varianzas covarianzas $\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Entonces, $Var(2X - Y + 1)$ es

- 1) 4
- 2) 5
- 3) 1
- 4) 0

10.- Sean $f(x, y)$ la función de densidad conjunta de dos variables aleatorias independientes, entonces, con la notación habitual...

- 1) $f(x, y) = f_Y(y) \cdot f_{Y|X}(x)$
- 2) $f_{X+Y}(z) = f_X(x) + f_Y(y)$
- 3) $f_X(x) = f_Y(y)$
- 4) $f_X(x) \cdot f_Y(y) \geq 0$

11.- Sea X una variable aleatoria con varianza finita. Entonces:

- 1) $E(X^2) = E(X)$
- 2) $Var(X) > E(X^2)$
- 3) $E^2(X) \leq E(X^2)$
- 4) $E(X) \leq Var(X)$

12.- Si las X_i son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas según un modelo de Poisson de parámetro λ , entonces:

- 1) $\frac{\sum_{i=1}^n X_i - \lambda}{\sqrt{\lambda}} \xrightarrow{L} N(0,1)$
- 2) $\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sqrt{n\lambda}} - \lambda \xrightarrow{L} N(0,1)$
- 3) $\frac{n \sum_{i=1}^n X_i - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} \xrightarrow{L} N(0,1)$
- 4) $\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} \xrightarrow{L} N(0,1)$

13.- Sea $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ una m.a.s. generada por un modelo $N(\mu, \sigma^2)$. Entonces:

- 1) $\sum X_i^2 \in \chi^2(n)$
- 2) $\sum X_i^2 \in \chi^2(n-1)$
- 3) $\frac{nS^2}{\sigma^2} \in \chi^2(n-1)$
- 4) $\frac{nS^2}{\sigma^2} \in \chi^2(n)$

14.- Sea $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ una m.a.s. de tamaño n generada por un modelo Exponencial $Exp(\theta)$. La distribución de probabilidad conjunta de $\mathbf{X}$ es

- 1) $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta) = \theta e^{-\theta \mathbf{x}}$
- 2) $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta) = \theta^{\sum x_i} e^{-\theta \sum x_i}$
- 3) $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta) = \theta^n e^{-\theta \sum x_i}$
- 1) $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}; \theta) = k$ en todo $\mathbf{R}_n$

15.- Sea $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ una m.a.s. generada por un modelo $N(\mu, \sigma^2)$. Entonces:

- 1) $E(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$
- 2) $E(S^2) = \sigma^2$
- 3) $Var(\bar{X}) = \frac{S^2}{n}$
- 4) $Cov(\bar{X}, S^2) = 0$

16.- Si $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ es una muestra aleatoria simple generada por un modelo $X \in Ge(\theta)$ (modelo Geométrico), entonces para $i > 1$

- 1) $E(X_1 | X_i) = \frac{1}{\theta}$
- 2) $X_i(1 - X_i) \in BN(\theta, 1 - \theta)$ (Binomial negativo)
- 3) $E(\mathbf{X}) = \frac{1}{\theta}$
- 4) $Var(\mathbf{X}) = \frac{1}{\theta^2}$

17.- Sea $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ una m.a.s. generada por un modelo $N_1(\mu, \sigma^2)$. Entonces:

- 1) $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n} \in t(n)$
- 2) $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sqrt{n-1} \in t(n-1)$
- 3) $\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n-1} \in t(n-1)$
- 4) $\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n} \in t(n)$

18.- Si X e Y son variables aleatorias independientes, entonces:

- 1) $P[X + Y \leq z] = F_X(z) \cdot F_Y(z)$
- 2) $P[\min\{X, Y\} \leq z] = 1 - (1 - F_X(z)) \cdot (1 - F_Y(z))$
- 3) $P[X \cdot Y \leq z] = F_X(z) \cdot F_Y(z)$
- 4) $P[\max\{X, Y\} \leq z] = 1 - F_X(z) \cdot F_Y(z)$

19.- Sea $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$ una m.a.s. generada por el modelo $f(x; \theta)$ con media μ y varianza σ^2 finitas. Entonces:

- 1) $\bar{X} \in N(\mu, n\sigma^2)$
- 2) $\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sqrt{n-1} \in t(n)$
- 3) $\bar{X} \in N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$
- 4) $E(\bar{X}) = \mu$

20.- Dado el vector aleatorio $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, obtenemos el estadístico $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$. Para que $E[\bar{X}] = \mu$, siendo μ la media poblacional, únicamente es necesario que las variables componentes...

- 1) sean independientes
- 2) sean idénticamente distribuidas
- 3) sean independientes e idénticamente distribuidas
- 4) siempre se verifica aunque no sean independientes ni idénticamente distribuidas

Nota: La duración de este ejercicio es de 30 minutos