

EJERCICIO 7

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & -1 \\ -5 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

- a) calcular polinomio característico de A
- b) calcular autovalores de A y una base de autoespacios.
con esta información justificar si la matriz es diagonalizable
- c) calcular la forma canónica de Jordan y una matriz de paso asociada

$$a) |A - \lambda I| = 0$$

$$P(\lambda) = \lambda^4 - 18\lambda^3 + 116\lambda^2 - 312\lambda + 288$$

$$b) \text{ Autovalores: } \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = 6 \quad m=2 \\ \lambda_2 = 4 \quad m=1 \\ \lambda_3 = 2 \quad m=1 \end{array} \right.$$

$$\text{Base de autoespacios } \{ (1, 0, -2, 1), (0, 0, 1, 0), (-1, 1, 1, 0) \}$$

Como no tengo una base de autoespacios de $\mathbb{R}^4$, la matriz A no es diagonalizable

$$c) J = \left(\begin{array}{cc|cc} 6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{array} \right)$$

Matriz de Pano

$$\lambda_3 = 4 \Rightarrow \underline{v}_3: (0, 0, 1, 0)$$

$$\lambda_4 = 2 \Rightarrow \underline{v}_4: (-1, 1, 1, 0)$$

$$\lambda_{1,2} = 6 \Rightarrow \underline{v}_1: (1, 0, -2, 1)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & -1 \\ -5 & -7 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & -1 \\ -5 & -7 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} 4 & -12 & 0 & -4 \\ -4 & 12 & 0 & 4 \\ 4 & 16 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -12 & 0 & -4 \\ -4 & 12 & 0 & 4 \\ 4 & 16 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 12y - 4t = 0 \\ -4x + 12y + 4t = 0 \\ 4x + 16y + 4z + 4t = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3\alpha + \beta \\ y = \alpha \\ z = -7\alpha - 2\beta \\ t = \beta \end{cases}$$

$$12\alpha + 4\beta + 16\alpha + 4z + 4\beta = 0$$

$$4z = -28\alpha - 8\beta$$

$$\underline{v_1 = (3, 1, -7, 0)}$$

$$v_2 = (1, 0, -2, 1)$$

$$P: \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & -7 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$