

Ejercicio 6 (Jun / 25)

Sea el código $C = \{ (0,0,1,0,1), (1,0,0,1,0), (1,0,1,1,1) \}$

- Justificar por qué C no es un código lineal
- Generar un código lineal añadiendo a C el menor número de palabras posibles y determine las matrices generadora, decodificadora y de control del código.
- Calcule la distancia mínima, el número de errores detectables y el número máximo de errores corregibles del código lineal.

a) C no es un código lineal porque $(0,0,0,0,0) \notin C$

b) Para que C sea un código lineal debe cumplir que

① $(0,0,0,0,0) \in C$

② $P_1 + P_2 \in C \quad \forall P_1, P_2 \in C$

$$P_1 = (0,0,1,0,1)$$

$$\text{Como } P_1 + P_2 = (1,0,1,1,1) = P_3$$

$$P_2 = (1,0,0,1,0)$$

$$P_3 = (1,0,1,1,1)$$

Un código lineal es $C = \{ (0,0,0,0,0), (0,0,1,0,1), (1,0,0,1,0), (1,0,1,1,1) \}$

Matriz Generadora: $G = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Matriz Decodificadora: $G^+ = (G^t \cdot G)^{-1} \cdot G^t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$

Matriz de Control

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & | & y_1 \\ 0 & 0 & | & y_2 \\ 0 & 1 & | & y_3 \\ 1 & 0 & | & y_4 \\ 0 & 1 & | & y_5 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_4 = F_4 + F_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & | & y_1 \\ 0 & 0 & | & y_2 \\ 0 & 1 & | & y_3 \\ 0 & 0 & | & y_1 + y_4 \\ 0 & 1 & | & y_5 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_5 = F_5 + F_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & | & y_1 \\ 0 & 0 & | & y_2 \\ 0 & 1 & | & y_3 \\ 0 & 0 & | & y_1 + y_4 \\ 0 & 0 & | & y_3 + y_5 \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_2 = 0 \\ y_1 + y_4 = 0 \\ y_3 + y_5 = 0 \end{array} \right. \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} c) \quad P_1 = (0, 0, 0, 0, 0) & d(P_1, P_2) = 2 \quad d(P_2, P_3) = 4 \quad d(P_3, P_4) = 2 \\ \quad P_2 = (0, 0, 1, 0, 1) & d(P_1, P_3) = 2 \quad d(P_2, P_4) = 2 \\ \quad P_3 = (1, 0, 0, 1, 0) & d(P_1, P_4) = 4 \\ \quad P_4 = (1, 0, 1, 1, 1) \end{array}$$

• da distancia mínima es 2

• Errores detectables ($d_{\min} - 1$): $2 - 1 = \underline{\underline{1}}$

• Errores corregibles ($d_{\min} \geq 2e + 1$)

$$2 \geq 2e + 1 \Rightarrow 2e \leq 1 \Rightarrow e \leq \frac{1}{2} \Rightarrow e = \underline{\underline{0}}$$